



CUADERNILLO EXÁMENES SELECTIVIDAD

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II.



www.maristashuelva.es

Prof. D. Samuel Conde

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea el sistema:

$$\left. \begin{array}{r} 3x - 2y - 2z = 3 \\ x \quad \quad - z = 1 \\ 2y - z = 0 \end{array} \right\}.$$

- a) **(0.5 puntos)** Expréselo en forma matricial.
 b) **(0.5 puntos)** ¿La matriz de los coeficientes posee inversa? Justifique la respuesta.
 c) **(2 puntos)** Resuélvalo y clasifíquelo en cuanto al número de soluciones.

EJERCICIO 2

Las ganancias de una empresa, en millones de pesetas, se ajustan a la función

$$f(x) = \frac{50x - 100}{2x + 5}, \text{ donde } x \text{ representa los años de vida de la empresa, cuando } x \geq 0.$$

- a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la función $y = f(x)$, para $x \in (-\infty, +\infty)$, indicando: dominio, corte con los ejes, asíntotas, crecimiento y decrecimiento.
 b) **(0.5 puntos)** ¿A partir de qué año la empresa deja de tener pérdidas?
 c) **(0.5 puntos)** A medida que transcurre el tiempo, ¿están limitados sus beneficios? En caso afirmativo, ¿cuál es su límite?

EJERCICIO 3Parte I

Una caja contiene diez tornillos, de los que dos son defectuosos.

- a) **(1 punto)** Si vamos extrayendo tornillos, uno tras otro, hasta localizar los dos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de necesitar exactamente tres extracciones para localizarlos?
 b) **(1 punto)** Si extraemos solo dos tornillos, y el segundo ha resultado ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que el primero también lo haya sido?

Parte II

(2 puntos) Según un estudio sociológico, el gasto mensual de los jóvenes españoles durante los fines de semana se distribuye según una ley normal de media $\mu = 25000$ pts. y desviación típica $\sigma = 3000$ pts. Tomamos, al azar, una muestra de 36 jóvenes.

¿Cuál es la probabilidad de que esta muestra tenga un gasto medio comprendido entre 23800 pts. y 26200 pts?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(3 puntos) Cierta sala de espectáculos tiene una capacidad máxima de 1500 personas, entre adultos y niños; el número de niños asistentes no puede superar los 600. El precio de la entrada a una sesión de un adulto es de 800 pts, mientras que la de un niño es de un 40 % menos. El número de adultos no puede superar al doble del número de niños.

Cumpliendo las condiciones anteriores, ¿cuál es la cantidad máxima que se puede recaudar por la venta de entradas? ¿Cuántas de las entradas serán de niños?

EJERCICIO 2

Dada la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2 & \text{si } x \leq -2 \\ a & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ x & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad (a \in \mathbb{R}).$

- a) **(1 punto)** Calcule el valor de "a" para que f sea continua en $x = -2$.
 b) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de f cuando $a = 2$.
 c) **(1 punto)** Dibuje la gráfica de la función que se obtiene cuando $a = 2$.

EJERCICIO 3Parte I

Disponemos de tres dados, uno de los cuales está trucado. La probabilidad de sacar 5 con el dado trucado es 0.25, siendo los otros resultados equiprobables. Se elige un dado al azar y se realiza un lanzamiento con él.

- a) **(1 punto)** Determine la probabilidad de obtener un 2.
 b) **(1 punto)** Dado que ha salido un 2, ¿cuál es la probabilidad de que hayamos elegido el dado trucado?

Parte II

(2 puntos) Sabiendo que la varianza de una ley normal es $\sigma^2 = 16$, determine el nivel de confianza con el que puede decirse que su media μ está comprendida entre 6.2 y 8.8, si se toma una muestra aleatoria de tamaño 36 de esa ley normal, cuya media muestral es 7.5.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Se quiere organizar un puente aéreo entre dos ciudades, con plazas suficientes de pasaje y carga, para transportar 1600 personas y 96 toneladas de equipaje. Los aviones disponibles son de dos tipos: 11 del tipo A y 8 del tipo B. La contratación de un avión del tipo A cuesta 4 millones de pts y puede transportar 200 personas y 6 toneladas de equipaje; la contratación de uno del tipo B cuesta 1 millón de pts y puede transportar 100 personas y 15 toneladas de equipaje.

¿Cuántos aviones de cada tipo deben utilizarse para que el coste sea mínimo?

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{si } x < 0 \\ x^2 - x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

- (1 punto)** Representéla gráficamente.
- (0.5 puntos)** Estudie su continuidad.
- (1 punto)** Obtenga, si existe, la derivada de f en $x = 1/2$, $x = -1/2$ y $x = 0$.
- (0.5 puntos)** Indique si posee máximos y mínimos relativos y en qué puntos.

EJERCICIO 3Parte I

En una ciudad el 60 % de sus habitantes son aficionados al fútbol, el 30 % son aficionados al baloncesto y el 25 % a ambos deportes.

- (0.5 puntos)** ¿Son independientes los sucesos “ser aficionado al fútbol” y “ser aficionado al baloncesto”?
- (0.75 puntos)** Si una persona no es aficionada al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que no sea aficionada al baloncesto?
- (0.75 puntos)** Si una persona no es aficionada al baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que sea aficionada al fútbol?

Parte II

(2 puntos) El periodo de funcionamiento de las bombillas de una determinada marca sigue una distribución normal de media 360 días y desviación típica 40 días.

Queremos elegir una muestra de bombillas de esa marca cuyo periodo medio de funcionamiento sea superior a 330 días, con probabilidad 0.97.

Calcule el tamaño mínimo de la muestra.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

- (2 puntos)** Determine dos números sabiendo que al dividir el mayor por el menor obtenemos 7 de cociente y 2 de resto, y que la diferencia entre el triple del mayor y el menor es 106.
- (1 punto)** Resuelva el siguiente sistema e interprete gráficamente sus soluciones:

$$2x - y = 5$$

$$4(x - 2) = 1 + 2(y + 1).$$

EJERCICIO 2

El estudio de la rentabilidad de una empresa revela que una inversión de x millones de pesetas produce una ganancia de $f(x)$ millones de pts, siendo:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{50} + \frac{8x}{25} - \frac{8}{5} & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ \frac{5}{2x} & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

- (1 punto)** Represente la función $f(x)$.
- (0.75 puntos)** Halle la inversión que produce máxima ganancia.
- (0.75 puntos)** Halle el valor de la inversión que produce ganancia nula.
- (0.5 puntos)** Razone lo que ocurre con la rentabilidad si la inversión se incrementa indefinidamente.

EJERCICIO 3Parte I

Tenemos un cofre A con 2 monedas de oro y 3 de plata, un cofre B con 5 monedas de oro y 4 de plata y un tercer cofre C con 2 monedas de oro. Elegimos un cofre al azar y sacamos una moneda.

- (1 punto)** Calcule la probabilidad de que sea de oro.
- (1 punto)** Sabiendo que ha sido de plata, calcule la probabilidad de que haya sido extraída del cofre A.

Parte II

En los individuos de una población, la cantidad de colesterol en sangre se distribuye según una ley normal de media desconocida y desviación típica de 0.5 g/l. Hemos tomado una muestra de 10 individuos, y se ha obtenido una media muestral de 1.7 g/l.

- (1 punto)** Obtenga un intervalo de confianza, al 95 %, para la cantidad media de colesterol en sangre de la población.
- (1 punto)** ¿Qué nivel de confianza tendría un intervalo para la media cuyos límites fuesen 1.2930 y 2.107?

OPCION A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Para fabricar 2 tipos de cable, A y B, que se venderán a 150 y 100 pts el metro, respectivamente, se emplean 16 Kg de plástico y 4 Kg de cobre para cada Hm (hectómetro) del tipo A y 6 Kg de plástico y 12 Kg de cobre para cada Hm del tipo B.

Sabiendo que la longitud de cable fabricado del tipo B no puede ser mayor que el doble de la del tipo A y que, además, no pueden emplearse más de 252 Kg de plástico ni más de 168 Kg de cobre, determine la longitud, en Hm, de cada tipo de cable que debe fabricarse para que la cantidad de dinero obtenida en su venta sea máxima.

EJERCICIO 2

Calcule las funciones derivadas de las siguientes:

a) **(1 punto)** $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

($\ln x$ indica logaritmo neperiano de x)

b) **(1 punto)** $g(x) = (1 - x^3) \cos x$

c) **(1 punto)** $h(x) = 4x^3 - 5x + \frac{1}{e^x}$

EJERCICIO 3Parte I

Dos urnas A y B, que contienen bolas de colores, tienen la siguiente composición:

A: 5 blancas, 3 negras y 2 rojas.

B: 4 blancas y 6 negras.

También tenemos un dado que tiene 4 caras marcadas con la letra A y las otras dos con la letra B. Tiramos el dado y sacamos una bola al azar de la urna que indica el dado.

a) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea blanca?

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea roja?

c) **(0.75 puntos)** La bola extraída ha resultado ser blanca, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1 punto)** Represente gráficamente el recinto definido por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 18 \\ 2x + 3y \leq 26 \\ x + y \leq 16 \\ x \geq 0 \quad ; \quad y \geq 0 \end{array} \right\}$$

b) **(1 punto)** Calcule los vértices de ese recinto.

c) **(1 punto)** Obtenga en dicho recinto el valor máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = 5x + 3y$. Diga en que puntos se alcanzan.

EJERCICIO 2

(3 puntos) Determine los valores que han de tomar "a" y "b" para que la función:

$$f(x) = \begin{cases} 4x + b & \text{si } x < 1 \\ ax^2 + 6x - 7 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea derivable.

EJERCICIO 3Parte I

En un cineclub hay 80 películas; 60 son de "acción" y 20 de "terror". Susana elige una película al azar y se la lleva. A continuación Luis elige otra película al azar.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que tanto Susana como Luis elijan películas de acción?

b) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que la película elegida por Luis sea de acción?

Parte II

Se desea estimar, con un error máximo de 0.2 horas, el tiempo medio de estudio diario de los alumnos de primer curso universitario. Se sabe que la desviación típica es de 1 hora y se toma una muestra aleatoria de 100 alumnos.

a) **(1 punto)** Calcule el nivel de confianza del intervalo que se obtendrá.

b) **(1 punto)** Calcule el número de individuos que debe tener una muestra para asegurarnos una confianza del 99 %.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Una fábrica de muebles dispone de 600 kg de madera para fabricar librerías de 1 y de 3 estantes. Se sabe que son necesarios 4 kg de madera para fabricar una librería de 1 estante, siendo su precio de venta 20 euros; para fabricar una librería de 3 estantes se necesitan 8 kg de madera y el precio de venta de ésta es 35 euros.

Calcule el número de librerías de cada tipo que se deben fabricar para obtener el máximo ingreso, sabiendo que, por falta de otros materiales, no se pueden fabricar más de 120 librerías de 1 estante, ni tampoco más de 70 de 3 estantes.

EJERCICIO 2

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 5 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 10 & \text{si } 2 < x < 5 \\ 4x - 15 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

a) **(1.5 puntos)** Representéla gráficamente.

b) **(1.5 puntos)** Estudie su continuidad y derivabilidad.

EJERCICIO 3Parte I

En un colectivo de personas, el 80 % tiene más de 35 años. De los mayores de 35 años, el 40 % son mujeres. De los que no han superado los 35 años, el 45 % son hombres.

Se elige una persona, al azar, de ese colectivo.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?

b) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que no haya superado los 35 años sabiendo que se ha elegido un hombre?

Parte II

Se ha medido la talla de 100 personas elegidas al azar, mediante muestreo aleatorio simple, de entre los estudiantes varones de bachillerato de una gran ciudad, obteniéndose una talla media de 1.75 m. Se sabe que la desviación típica de la población es 0.2 m.

a) **(1 punto)** Halle un intervalo de confianza, al 90 %, para la media poblacional de la talla de los estudiantes.

b) **(1 punto)** ¿Con qué nivel de confianza se ha construido el intervalo (1.73, 1.77) para la media poblacional?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & -6 \\ 1 & 1 & -m \end{pmatrix}.$$

a) **(1.5 puntos)** Determine para qué valores del parámetro m existe A^{-1} .

b) **(1.5 puntos)** Calcule A^{-1} para $m=2$.

EJERCICIO 2

El beneficio obtenido por la producción y venta de x kilogramos de un artículo viene dado por la función:

$$B(x) = -0.01x^2 + 3.6x - 180.$$

a) **(1 punto)** Represente gráficamente esta función.

b) **(1 punto)** Determine el número de kilogramos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo.

c) **(1 punto)** Determine cuántos kilogramos se deben producir y vender, como máximo, para que la empresa no tenga pérdidas.

EJERCICIO 3Parte I

De una bolsa que contiene 4 monedas de 2 euros, 5 de 1 euro y 3 de 0.20 euros, se extraen dos monedas, al azar, sucesivamente y sin devolverlas a la bolsa.

a) **(1.5 puntos)** Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

A = “la suma de las dos monedas es inferior a 2.20 euros”.

B = “al menos una de las dos monedas es de 0.20 euros”.

b) **(0.5 puntos)** Razone si esos dos sucesos son independientes.

Parte II

(2 puntos) El peso de los peces adultos que se crían en una piscifactoría se distribuye según una ley Normal con desviación típica 9 g.

Los pesos, en gramos, de una muestra aleatoria de 9 peces adultos de esa piscifactoría son:

310, 311, 309, 295, 280, 294, 303, 305, 293.

Determine un intervalo de confianza, al 95 %, para el peso medio de los peces adultos de esa piscifactoría.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

- a) **(1.5 puntos)** Un autobús transporta 90 viajeros con 3 tarifas diferentes:
 1ª: Viajeros que pagan el billete entero, que vale 0.70 euros.
 2ª: Estudiantes, con descuento del 50 %.
 3ª: Jubilados, con descuento del 80 %.

Se sabe que el número de estudiantes es 10 veces el de jubilados y que la recaudación total ha sido de 46.76 euros. Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para determinar el número de viajeros, de cada tarifa, que va en el autobús.

- b) **(1.5 puntos)** Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

determine, si existe, la matriz X que verifique $A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 2

- a) **(2 puntos)** Determine los valores de a y b para que sea derivable la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 3 & \text{si } x \leq 1 \\ 2bx - 4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función f si $a=1$ y $b=2$.

EJERCICIO 3Parte I

Se dispone de una baraja española de 40 cartas (10 de oros, 10 de copas, 10 de espadas y 10 de bastos). Se saca una carta, al azar, y, sin devolverla, se saca otra, al azar.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que ninguna de las dos cartas sea de oros.
 b) **(1 punto)** Sabiendo que la 2ª carta extraída ha sido de copas, calcule la probabilidad de que también lo fuera la primera.

Parte II

(2 puntos) Para estudiar el gasto mensual en teléfono móvil de los jóvenes de una ciudad se ha elegido una muestra aleatoria de 16 estudiantes, con los resultados siguientes, expresados en euros:

4, 6, 30, 14, 16, 14, 15, 16, 22, 8, 3, 56, 42, 26, 30, 18.

Admitiendo que este gasto mensual sigue una ley Normal con desviación típica 13.78 euros, determine un intervalo de confianza, al 95 %, para la media del gasto mensual.

OPCION B

EJERCICIO 1

Una persona desea adelgazar. En la farmacia le ofrecen dos compuestos A y B para que tome una mezcla de ambos en la comida, con las siguientes condiciones:

No debe tomar más de 150 g de la mezcla, ni menos de 50 g.

La cantidad de A debe ser mayor o igual que la de B .

No debe incluir más de 100 g del compuesto A .

Se sabe que cada 100 g de A contienen 30 mg de vitaminas y cada 100 g de B contienen 20 mg de vitaminas.

- a) **(2 puntos)** Formule matemáticamente el conjunto de restricciones, dibuje la región factible y determine sus vértices.
 b) **(1 punto)** ¿Cuántos gramos debe tomar de cada compuesto para obtener el preparado más rico en vitaminas?

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = -x^3 + 3x$.

- a) **(0.75 puntos)** Determine sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.
 b) **(1.5 puntos)** Representela gráficamente.
 c) **(0.75 puntos)** Obtenga las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la gráfica de la función que tienen pendiente cero y diga cuáles son los puntos de tangencia.

EJERCICIO 3Parte I

Juan y Pedro juegan a obtener la puntuación más alta lanzando sus dados. El dado de Juan tiene cuatro caras con la puntuación 5 y las otras dos caras con el 1.

El dado de Pedro tiene dos caras con el 6, otras dos con el 4 y las otras dos con el 1.

- a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que gane Pedro?
 b) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de empatar?

Parte II

(2 puntos) La edad de los niños que van a un parque sigue una ley Normal de media 8 años y desviación típica 2.1 años. En un momento determinado hay 25 niños en ese parque.

¿Cuál es la probabilidad de que la edad media de ese grupo esté entre 8.5 y 9 años?

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 euros por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva.

Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones para calcular el precio unitario de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que un litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.

EJERCICIO 2

Sea

$$f(t) = \begin{cases} -t^3 + 5t^2 & \text{si } 0 \leq t < 3 \\ -t^2 + 12t - 9 & \text{si } 3 \leq t \leq 5 \\ 2t + 16 & \text{si } 5 < t \leq 10 \end{cases} .$$

- a) **(2 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de f en $t=3$ y $t=5$.
 b) **(1 punto)** Razone si f posee algún punto de inflexión y calcúlelo, en caso afirmativo.

EJERCICIO 3Parte I

Los alumnos de Bachillerato de un I.E.S. proceden de 3 localidades A , B y C , siendo un 20 % de A , un 30 % de B y el resto de C . El 80 % de los alumnos de A cursa 1º de Bachillerato y el resto 2º. El 50 % de los alumnos de B cursa 1º de Bachillerato y el resto 2º. El 60 % de los alumnos de C cursa 1º de Bachillerato y el resto 2º.

- a) **(1 punto)** Seleccionado, al azar, un alumno de Bachillerato de ese I.E.S., ¿cuál es la probabilidad de que sea de 2º?
 b) **(1 punto)** Si elegimos, al azar, un alumno de Bachillerato de ese I.E.S. y éste es un alumno de 1º, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la localidad B ?

Parte II

Se sabe que la estatura de los individuos de una población es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 6 cm.

Se toma una muestra aleatoria de 225 individuos que da una media de 176 cm.

- a) **(1 punto)** Obtenga un intervalo, con un 99 % de confianza, para la media de la estatura de la población.
 b) **(1 punto)** Calcule el mínimo tamaño de muestra que se ha de tomar para estimar la estatura media de los individuos de la población con un error inferior a 1 cm y un nivel de confianza del 95%.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea el sistema de inecuaciones siguiente:

$$x + y \leq 120; \quad 3y \leq x; \quad x \leq 100; \quad y \geq 10.$$

- a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
 b) **(1 punto)** ¿En qué punto de esa región, $F(x, y) = 25x + 20y$ alcanza el máximo?

EJERCICIO 2

Sea x , en euros, el precio de venta del litro de aceite de oliva virgen extra.

Sea $f(x) = 2 - \frac{4}{x+1}$, con $x \geq 0$, la función que representa el balance económico quincenal, en miles de euros, de una empresa agrícola.

- a) **(2 puntos)** Represente la función f .
 b) **(0.5 puntos)** ¿A partir de qué precio de venta del litro de aceite empieza esta empresa a tener beneficios?
 c) **(0.5 puntos)** ¿Están limitadas las ganancias quincenales de esta empresa? ¿Y las pérdidas?

EJERCICIO 3Parte I

Según la estadística de los resultados en las Pruebas de Acceso en una provincia andaluza, en septiembre de 2001, el número de alumnas presentadas es 840, de las que han aprobado un 70 %, mientras que el número de alumnos presentados es 668, habiendo aprobado un 75 % de éstos.

- a) **(1 punto)** Elegida, al azar, una persona presentada a las Pruebas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado?
 b) **(1 punto)** Sabiendo que una persona ha aprobado, ¿cuál es la probabilidad de que sea varón?

Parte II

Se sabe que los estudiantes de una provincia duermen un número de horas diarias que se distribuye según una ley Normal de media μ horas y desviación típica $\sigma = 2$ horas.

- a) **(1 punto)** A partir de una muestra de 64 alumnos se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza (7.26, 8.14) para la media de la población. Determine el nivel de confianza con que se ha construido dicho intervalo.
 b) **(1 punto)** Determine el tamaño muestral mínimo necesario para que el error que se cometa al estimar la media de la población por un intervalo de confianza sea, como máximo, de 0.75 horas, con un nivel de confianza del 98 %.

OPCION A

EJERCICIO 1

Sean las matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) **(1 punto)** Realice, cuando sea posible, los siguientes productos de matrices:

$$A \cdot B, B \cdot C, C \cdot A.$$

b) **(2 puntos)** Resuelva la ecuación matricial: $A \cdot X + B = C$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$.

a) **(1 punto)** Represente gráficamente su función derivada determinando los puntos de corte con el eje de abscisas y su vértice.

b) **(1 punto)** Halle los puntos de la gráfica de f donde la recta tangente es paralela a $y = -3x + 3$.

c) **(1 punto)** Calcule los máximos y mínimos de f .

EJERCICIO 3Parte I

El despertador de Pedro no funciona bien, pues el 20 % de las veces no suena. Cuando suena, Pedro llega tarde a clase con probabilidad 0.2; pero si no suena, la probabilidad de que llegue tarde a clase es 0.9.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que Pedro llegue a tiempo.

b) **(1 punto)** Determine la probabilidad de que el despertador haya funcionado bien, si sabemos que Pedro ha llegado tarde a clase.

Parte II

El gasto mensual de los estudiantes de un Instituto se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 4 euros. Se ha seleccionado una muestra aleatoria y , con una confianza del 97 %, se ha construido un intervalo para la media poblacional cuya amplitud es 2.17 euros.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál ha sido el tamaño de la muestra seleccionada?

b) **(0.5 puntos)** Calcule el gasto mensual medio de la muestra tomada sabiendo que el límite inferior del intervalo de confianza es 83.915 euros.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(3 puntos) Una empresa pastelera dispone semanalmente de 160 kg de azúcar y de 240 kg de almendra para hacer tortas de almendra y tabletas de turrón.

Se necesitan 150 g de almendra y 50 g de azúcar para hacer una torta de almendra y 100 g de almendra y 100 g de azúcar para cada tableta de turrón. El beneficio neto por la venta de cada torta es 1.75 euros, y por cada tableta de turrón es de 1 euro.

Determine cuántas tortas de almendra y cuántas tabletas de turrón han de elaborarse para obtener la máxima ganancia. ¿Cuál es el beneficio máximo semanal?

EJERCICIO 2

Se considera la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x} & \text{si } x < -1 \\ -x^2 + a & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ \frac{x+2}{x} & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

a) **(1.5 puntos)** Halle los valores de a para los que f es continua y derivable.

b) **(1.5 puntos)** Para $a = 4$, halle las asíntotas y extremos relativos.

EJERCICIO 3Parte I

Las instalaciones de un club tienen una sala de medios audiovisuales y una de informática. El 60% de los socios utiliza la 1ª, el 30 % la 2ª y el 20 % ambas.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un socio, elegido al azar, no utilice ninguna de las dos salas.

b) **(1 punto)** Si se sabe que un socio utiliza la sala de audiovisuales, ¿cuál es la probabilidad de que no utilice la de informática?

Parte II

El tiempo de espera, en minutos, de los usuarios en una determinada parada de autobús sigue una distribución Normal de media μ y desviación típica 1.5 minutos.

a) **(0.75 puntos)** ¿Cómo se distribuye el tiempo medio de espera para muestras aleatorias de tamaño 16?

b) **(1.25 puntos)** Si hemos tomado una muestra aleatoria de 16 usuarios, cuya media es 5 minutos, determine el intervalo de confianza, al 95 %, para la media poblacional.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) **(1 punto)** Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.
 b) **(2 puntos)** Haciendo $m = 4$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 2

Calcule las funciones derivadas de las siguientes:

- a) **(0.75 puntos)** $f(x) = \frac{e^{5x}}{x^3 - 1}$. b) **(0.75 puntos)** $g(x) = 4x \cdot L(3x + 1)$.
 c) **(0.75 puntos)** $h(x) = (x^2 - 1) \cdot (x^3 + 2x)$. d) **(0.75 puntos)** $p(x) = \frac{x+2}{x-2}$.

EJERCICIO 3Parte I

El partido A y el partido B concurren a unas elecciones en un municipio donde el 55 % de los votantes son mujeres. Se sabe que el 40 % de los hombres votan al partido A y el 50 % al B . El 60 % de las mujeres votan al partido A y el 20 % al B . El resto de electores no vota.

- a) **(1 punto)** Halle la probabilidad de que una persona, elegida al azar, no vote.
 b) **(1 punto)** Sabiendo que una persona, elegida al azar, ha votado al partido A , halle la probabilidad de que sea mujer.

Parte II

Los resultados de un test de sensibilidad musical realizado a los alumnos de un Conservatorio se distribuyen según una ley Normal de media 65 y desviación típica 18.

- a) **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la distribución de la media muestral para muestras de tamaño 25?
 b) **(1.25 puntos)** Para muestras aleatorias de tamaño 100, halle la probabilidad de que su puntuación media esté comprendida entre 63 y 67 puntos.

OPCION B

EJERCICIO 1

(3 puntos) Una fábrica produce dos tipos de juguetes, muñecas y coches teledirigidos. La fábrica puede producir, como máximo, 200 muñecas y 300 coches. La empresa dispone de 1800 horas de trabajo para fabricar los juguetes y sabe que la producción de cada muñeca necesita 3 horas de trabajo y reporta un beneficio de 10 euros, mientras que la de cada coche necesita 6 horas de trabajo y reporta un beneficio de 15 euros. Calcule el número de muñecas y de coches que han de fabricarse para que el beneficio global de la producción sea máximo y obtenga dicho beneficio.

EJERCICIO 2

- a) **(1.5 puntos)** Sea la función $f(x) = \frac{a}{x} + bx^2$. Calcule los valores de los parámetros a y b para que f tenga un extremo relativo en el punto $(1, 3)$.
 b) **(1.5 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = x \cdot Lx$ en el punto de abscisa 1.

EJERCICIO 3Parte I

En una ciudad, el 60 % de los niños usa zapatillas deportivas, el 50 % usa ropa deportiva y el 20 % usa ambas prendas.

- a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que un niño, elegido al azar, no use ninguna de las dos prendas?
 b) **(1 punto)** Si un niño usa zapatillas deportivas, ¿cuál es la probabilidad de que no use ropa deportiva?

Parte II

El peso neto de las bolsas de almendras de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media μ , desconocida, y varianza $\sigma^2 = 50.4 \text{ g}^2$. Se sabe que 35 bolsas, elegidas al azar, han dado un peso total de 8652 g.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule un intervalo, con un nivel de confianza del 90 %, para μ .
 b) **(0.5 puntos)** ¿A partir de qué nivel de confianza, el correspondiente intervalo para μ contiene el valor 250 g ?

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea el siguiente sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} -5x + 3y \leq 2 \\ -x + 2y \geq 6 \\ 2x + 3y \leq 37 \end{cases}$$

- a) **(2.25 puntos)** Represente el conjunto solución y determine sus vértices.
 b) **(0.75 puntos)** Halle el punto del recinto anterior en el cual la función $F(x, y) = -2x + 5y$ alcanza su valor máximo.

EJERCICIO 2

a) **(2 puntos)** Sea la función $f(x) = \begin{cases} -(x-1)^2 + b, & \text{si } x \leq 2 \\ a(x-3)^2 + 3, & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

Halle a y b para que la función sea continua y derivable en $x = 2$.

b) **(1 punto)** Halle la función derivada de $g(x) = \frac{e^{2x+1}}{(x-1)^2}$.

EJERCICIO 3Parte I

Blanca y Alfredo escriben, al azar, una vocal cada uno en papeles distintos.

- a) **(1 punto)** Determine el espacio muestral asociado al experimento.
 b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que no escriban la misma vocal.

Parte II

La longitud de la ballena azul se distribuye según una ley Normal con desviación típica 7.5 m. En un estudio estadístico realizado a 25 ejemplares se ha obtenido el intervalo de confianza (21.06, 26.94) para la longitud media.

- a) **(0.5 puntos)** Calcule la longitud media de los 25 ejemplares de la muestra.
 b) **(1.5 puntos)** Calcule el nivel de confianza con el que se ha construido dicho intervalo.

OPCION B

EJERCICIO 1

- a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la región del plano delimitada por las siguientes inecuaciones: $x + 2y \geq 80$, $3x + 2y \geq 160$, $x + y \leq 70$, y determine sus vértices.
 b) **(1 punto)** Calcule el máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = 9x + 8y - 5$ en la región anterior e indique para qué valores se alcanzan.

EJERCICIO 2

- a) **(1.5 puntos)** Sea la función $f(x) = x^2 + ax + b$. Calcule a y b para que su gráfica pase por el punto $(0, -5)$ y que en este punto la recta tangente sea paralela a la recta $y = -4x$.
 b) **(1.5 puntos)** Estudie el crecimiento y decrecimiento de una función g cuya derivada tiene por gráfica la recta que pasa por los puntos $(2, 0)$ y $(3, 1)$.

EJERCICIO 3Parte I

En una biblioteca sólo hay libros de física y de matemáticas, que están escritos en inglés o en español. Se sabe que el 70 % de los libros son de física, el 80 % de los libros están escritos en español y el 10 % son libros de matemáticas escritos en inglés.

- a) **(1 punto)** Calcule qué tanto por ciento de los libros son de física y escritos en español.
 b) **(1 punto)** Si cogemos un libro de física, ¿cuál es la probabilidad de que esté escrito en español?

Parte II

Se está estudiando el consumo de gasolina de una determinada marca de coches. Para ello se escogen 50 automóviles al azar y se obtiene que el consumo medio es de 6.5 litros. Con independencia de esta muestra, se sabe que la desviación típica del consumo de ese modelo de coches es 1.5 litros.

- a) **(1 punto)** Halle un intervalo de confianza, al 97 %, para el consumo medio de gasolina de los coches de esa marca.
 b) **(1 punto)** El fabricante afirma que el consumo medio de gasolina de sus vehículos está comprendido entre 6.2 y 6.8 litros. ¿Con qué nivel de confianza puede hacer dicha afirmación?

OPCION A

EJERCICIO 1

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 0 & x+2 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.5 puntos)** Halle los valores de x para los que se verifica $A^2 = 2A$.
 b) **(1.5 puntos)** Para $x = -1$, halle A^{-1} . Compruebe el resultado calculando $A \cdot A^{-1}$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \frac{3-x}{x-1}$.

- a) **(1 punto)** Determine su dominio y asíntotas. Estudie su continuidad y derivabilidad.
 b) **(1 punto)** Determine sus máximos y mínimos relativos, si los hubiere. Estudie su crecimiento, decrecimiento, concavidad y convexidad.
 c) **(1 punto)** Representéla gráficamente.

EJERCICIO 3Parte I

Una máquina A fabrica 100 piezas al día, de las cuales un 6 % son defectuosas. Otra máquina B fabrica 50 piezas al día, con un porcentaje de defectuosas del 2 %.

Mezclamos las piezas fabricadas por ambas máquinas en un día y extraemos una al azar.

- a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que la pieza extraída sea defectuosa?
 b) **(1 punto)** Sabiendo que la pieza extraída es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que la haya fabricado la máquina B ?

Parte II

Se sabe que la antigüedad de los coches fabricados por una empresa es una variable aleatoria Normal, con desviación típica 2.9 años.

- a) **(1 punto)** Un estudio realizado sobre una muestra aleatoria de 169 coches, de esa empresa, revela que la antigüedad media de la muestra es 8.41 años. Obtenga un intervalo de confianza, al 90 %, para la antigüedad media de la población.
 b) **(1 punto)** Determine el número mínimo de coches que debe componer una muestra, para obtener, con un nivel de confianza del 95 %, un error de estimación menor que 0.35 años.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) **(0.75 puntos)** Calcule la matriz $A = M \cdot M' - 5M$; (M' indica la traspuesta de M).
 b) **(2.25 puntos)** Calcule la matriz $B = M^{-1}$ y resuelva la ecuación $N + X \cdot M = M \cdot B$, donde X es una matriz 2×2 .

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } 0 < x < 2. \\ \frac{x}{4} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$.

- a) **(1 punto)** Representéla gráficamente.
 b) **(1 punto)** Estudie su continuidad y derivabilidad.
 c) **(1 punto)** Calcule sus extremos y asíntotas horizontales y verticales.

EJERCICIO 3Parte I

El 70 % de los alumnos de un Instituto son de Bachillerato y el resto de E.S.O. De los alumnos de Bachillerato, el 60 % estudia más de 3 horas al día, y sólo el 30 % de los de E.S.O. estudia más de 3 horas al día.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un alumno de dicho Instituto, elegido al azar, estudie más de 3 horas al día.
 b) **(1 punto)** Sabiendo que un alumno de este Instituto, elegido al azar, estudia más de 3 horas al día, ¿cuál es la probabilidad de que sea de Bachillerato?

Parte II

De una población Normal, con media desconocida y varianza 81, se extrae una muestra aleatoria que resulta tener una media muestral de 112.

- a) **(1 punto)** Obtenga un intervalo de confianza, al 95 %, para la media poblacional, si el tamaño de la muestra es 49.
 b) **(1 punto)** ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra si se desea que el error cometido, al estimar la media poblacional, sea inferior a 2, para un nivel de confianza del 90 %?

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Una empresa fabrica sofás de dos tipos, A y B , por los que obtiene un beneficio, por unidad, de 1500 y 2000 euros, respectivamente.

Al menos se deben fabricar 6 sofás del tipo A y 10 del tipo B , por semana, y además, el número de los del tipo A no debe superar en más de 6 unidades al número de los del B .

¿Cuántas unidades de cada tipo se deben fabricar semanalmente para obtener beneficio máximo, si no se pueden fabricar más de 30 sofás semanalmente?

EJERCICIO 2

Los beneficios esperados de una inmobiliaria en los próximos 5 años vienen dados por la función

$$B(t) = t^3 - 9t^2 + 24t. \quad (t \text{ indica el tiempo, en años, } 0 \leq t \leq 5).$$

a) **(2 puntos)** Represente la evolución del beneficio esperado en función del tiempo.

b) **(1 punto)** En ese periodo, ¿cuándo será máximo el beneficio esperado?

EJERCICIO 3Parte I

En un curso, el porcentaje de aprobados en Lengua es del 65 % y en Filosofía del 50 %. Se sabe que la probabilidad $P(F/L) = 0.7$, siendo F y L los sucesos “aprobar Filosofía” y “aprobar Lengua”, respectivamente.

a) **(1 punto)** Calcule $P(L/F)$.

b) **(1 punto)** Halle la probabilidad de no aprobar ninguna de las dos asignaturas.

Parte II

a) **(1 punto)** Se sabe que la desviación típica de los salarios de una población es 205 euros. Determine un intervalo, con el 90 % de confianza, para el salario medio de la población, sabiendo que el salario medio correspondiente a una muestra de 2500 personas ha sido de 1215 euros.

b) **(1 punto)** Elegida otra muestra grande, cuya media ha sido 1210 euros, se ha obtenido, con un 95 % de confianza, el intervalo (1199.953, 1220.045). ¿Cuál es el tamaño de esta muestra?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones que dé solución al siguiente problema:

Un inversor compró acciones de las empresas A , B y C por un valor total de 20000 euros, invirtiendo en C el doble que en A . Al cabo de un año la empresa A le pagó el 6 % de beneficio, la B el 8 % y la C el 10 %. Si el beneficio total fue de 1720 euros, ¿qué dinero invirtió en cada empresa?

$$\begin{cases} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 2+x & x \\ -1 & 1 & -3 \end{cases} = 0.$$

b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación

$$\text{Sea la función } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & \text{si } x \leq 4 \\ x^2 - 9x + 21 & \text{si } x > 4 \end{cases}.$$

a) **(1.5 puntos)** Estudie su continuidad y derivabilidad.

b) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la función y determine máximos y mínimos relativos, si los hubiere, así como el crecimiento y decrecimiento.

EJERCICIO 3Parte I

Sea el experimento aleatorio consistente en lanzar 3 veces una moneda y observar el resultado.

a) **(0.8 puntos)** Escriba el espacio muestral asociado y las probabilidades de los sucesos elementales.

b) **(1.2 puntos)** Sean los sucesos A : “obtener al menos una cara”, B : “obtener cara en solo uno de los tres lanzamientos”. Calcule $P(A)$ y $P(B)$. ¿Son independientes A y B ?

Parte II

El perímetro craneal de una población de varones adultos sigue una ley Normal con desviación típica 4 cm.

a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza, al 95 %, para el perímetro craneal medio, sabiendo que una muestra aleatoria de 100 individuos de esa población tiene una media de 57 cm.

b) **(0.5 puntos)** Con el mismo nivel de confianza, si se aumenta el tamaño de la muestra, razone si aumenta, disminuye o no varía la amplitud del intervalo.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) (2 puntos) Represente gráficamente la región del plano delimitada por las siguientes inecuaciones: $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} \geq 1$, $y \leq x$, $x \leq 2$. Determine sus vértices.

b) (1 punto) Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = -x + 2y - 3$ en la región anterior e indique para qué valores se alcanzan.

EJERCICIO 2

$$\text{Sea la función } f(x) = \begin{cases} -4x - 3 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x^2 - 1 & \text{si } -1 < x < 1. \\ \frac{k+2}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

a) (2 puntos) Calcule el valor que debe tomar el parámetro k para que la función sea continua en \mathbb{R} y estudie su derivabilidad para el valor de k obtenido.

b) (1 punto) Dibuje la gráfica de la función para $k = -1$.

EJERCICIO 3Parte I

En una residencia hay 212 ancianos de los que 44 tienen afecciones pulmonares. Del total de ancianos, 78 son fumadores, y solo hay 8 que tienen enfermedad de pulmón y no fuman.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un anciano de esa residencia, elegido al azar, no fume y tampoco tenga afección pulmonar?

b) (1 punto) ¿Qué porcentaje de enfermos de pulmón son fumadores?

Parte II

Se sabe que la desviación típica del peso de las naranjas que se producen en una determinada huerta es de 20 gramos. Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 naranjas de esa huerta, siendo su peso medio 200 gramos.

a) (0.75 puntos) Indique la distribución aproximada que siguen las medias de las muestras de ese tamaño y justifique su respuesta.

b) (1.25 puntos) Calcule un intervalo de confianza, a un nivel del 95 %, para el peso medio de las naranjas de esa huerta.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

$$\text{Sea la matriz } A = \begin{pmatrix} 3 & m \\ 1-m & m+1 \end{pmatrix}.$$

a) (1 punto) Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.

b) (2 puntos) Haciendo $m = 0$, resuelva la ecuación matricial $A \cdot X \cdot A = I_2$, donde I_2 es la matriz unidad de orden 2 y X es una matriz cuadrada de orden 2.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x + b$.

a) (1.5 puntos) Halle a y b para que la función se anule en $x = 1$ y tenga un punto de inflexión en $x = \frac{-1}{2}$.

b) (1.5 puntos) Para $a = -3$ y $b = 2$, calcule sus máximos y mínimos relativos.

EJERCICIO 3Parte I

Disponemos de dos urnas A y B conteniendo bolas de colores. La urna A tiene 4 bolas blancas y 3 rojas, y la B tiene 5 blancas, 2 rojas y 1 negra. Lanzamos un dado, si sale 1, 2, 3 ó 4 extraemos una bola de A y si sale 5 ó 6 la extraemos de B .

a) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja.

b) (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea negra.

c) (1 punto) Sabiendo que la bola extraída ha sido blanca, calcule la probabilidad de que en el dado haya salido 5 ó 6.

Parte II

El tiempo que la población infantil dedica semanalmente a ver la televisión, sigue una ley Normal con desviación típica 3 horas.

Se ha seleccionado una muestra aleatoria de 100 niños y, con un nivel de confianza del 97 %, se ha construido un intervalo para la media poblacional.

a) (1.25 puntos) Calcule el error máximo cometido y el tiempo medio de la muestra elegida, sabiendo que el límite inferior del intervalo de confianza obtenido es 23.5 horas.

b) (0.75 puntos) Supuesto el mismo nivel de confianza, ¿cuál debería haber sido el tamaño mínimo de la muestra para cometer un error en la estimación inferior a media hora?

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Una piscifactoría vende gambas y langostinos a 10 y 15 euros el kg, respectivamente.

La producción máxima mensual es de una tonelada de cada producto y la producción mínima mensual es de 100 kg de cada uno.

Si la producción total es, a lo sumo, de 1700 kg al mes, ¿cuál es la producción que maximiza los ingresos mensuales? Calcule estos ingresos máximos.

EJERCICIO 2

Se conoce que el rendimiento de un jugador de fútbol durante los primeros 45 minutos de un partido viene dado por la función $f: [0, 45] \rightarrow \mathbb{R}$ cuya expresión analítica es

$f(t) = 7.2t - 0.16t^2$, donde t es el tiempo, expresado en minutos.

- a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente esta función.
 b) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es el máximo rendimiento del jugador? ¿En qué momento lo consigue? ¿En qué instantes tiene un rendimiento igual a 32?

EJERCICIO 3Parte I

De dos sucesos A y B , asociados a un mismo experimento aleatorio, se conocen las probabilidades $P(B) = 0.7$, $P(A/B) = 0.8$ y $P(A \cap B^c) = 0.24$.

- a) **(0.5 puntos)** Calcule $P(A \cap B)$.
 b) **(1 punto)** Halle $P(A)$.
 c) **(0.5 puntos)** Determine si A y B son independientes.

Parte II

Una variable aleatoria sigue una distribución Normal con desviación típica 15.

- a) **(1 punto)** Construya un intervalo de confianza para la media de la población, con un nivel de confianza del 99.5 %, sabiendo que una muestra de 20 individuos tiene una media de 52.
 b) **(1 punto)** ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de una muestra de esta población para que un intervalo de confianza, con nivel del 90 %, para la media de la población tenga una amplitud inferior a 3 unidades?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** Clasifique y resuelva el sistema formado por las ecuaciones siguientes

$$x - 2y + z = 0, \quad 2x + y - z = 5, \quad 4x + 7y - 5z = 15.$$

b) **(1.5 puntos)** Determine la matriz X , de orden 2, que verifica la igualdad

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

- a) **(1.5 puntos)** Indique el dominio de definición de f , sus puntos de corte con los ejes sus máximos y mínimos, si existen, y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
 b) **(1.5 puntos)** Obtenga las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales de f , las tiene, y represente la gráfica de la función.

EJERCICIO 3Parte I

En un hospital se han producido 200 nacimientos en un mes. De ellos, 105 son varones, de éstos, 21 tienen los ojos azules. Asimismo se ha observado que 38 de las niñas nacidas en ese mes tienen los ojos azules.

Se elige, al azar, un recién nacido entre los 200 citados.

- a) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que tenga los ojos azules.
 b) **(1.5 puntos)** Si el recién nacido que se elige tiene los ojos azules, ¿cuál es la probabilidad de que sea un varón?

Parte II

Sea una población cuyos elementos son 1, 2, 3.

Mediante muestreo aleatorio simple se pretende seleccionar una muestra de tamaño 2.

- a) **(0.75 puntos)** Escriba las posibles muestras.
 b) **(1.25 puntos)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Una fábrica produce dos tipos de relojes: de pulsera, que vende a 90 euros la unidad, y de bolsillo, que vende a 120 euros cada uno. La capacidad máxima diaria de fabricación es de 1000 relojes, pero no puede fabricar más de 800 de pulsera ni más de 600 de bolsillo. ¿Cuántos relojes de cada tipo debe producir para obtener el máximo ingreso? ¿Cuál sería dicho ingreso?

EJERCICIO 2

a) **(1 punto)** Halle la función derivada de la función $f(x) = L\left(\frac{x}{x+1}\right)$ y simplifique el resultado.

b) **(1 punto)** Obtenga las asíntotas de la función $f(x) = \frac{2x+3}{3x-1}$.

c) **(1 punto)** Obtenga los intervalos de concavidad y convexidad de la función $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$.

EJERCICIO 3Parte I

En cierto barrio hay dos panaderías. El 40% de la población compra en la panadería A, el 25% en la B, y el 15% en ambas. Se escoge una persona al azar:

- a) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que esta persona compre en A y no compre en B?
- b) **(0.5 puntos)** Si esta persona es cliente de A, ¿cuál es la probabilidad de que también sea cliente de B?
- c) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que no sea cliente de A ni de B?
- d) **(0.5 puntos)** ¿Son independientes los sucesos “ser cliente de A” y “ser cliente de B”?

Parte II

Para estimar la media de una variable aleatoria X , que se distribuye según una ley Normal con desviación típica 2.5, se toma una muestra aleatoria cuya media es 4.5. Para un nivel de confianza del 99%:

- a) **(1 punto)** Halle un intervalo de confianza para la media de la población, si el tamaño de esa muestra es 90.
- b) **(1 punto)** Determine el tamaño mínimo que debería tener otra muestra para obtener un intervalo de confianza, con una amplitud máxima de 1 unidad.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sea el sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} x - y - z = -2 \\ 2x + 3y - z = 2 \\ 4x + y - 3z = -2 \end{cases}$$

- a) **(2 puntos)** Clasifique y resuelva el sistema.
- b) **(1 punto)** Escriba la matriz de coeficientes de este sistema y, si es posible, calcule su matriz inversa.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \frac{4x-1}{2x-2}$.

- a) **(2 puntos)** Determine su dominio, los puntos de corte con los ejes, sus asíntotas, y representela gráficamente.
- b) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3Parte I

Entre las 7 bolas de una máquina de fútbolín hay 2 rojas y 5 blancas; en cada partida, la máquina va sacando las bolas de una en una, de forma aleatoria, sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

- a) **(0.5 puntos)** “La primera bola es roja”.
- b) **(0.5 puntos)** “Las dos primeras bolas son blancas”.
- c) **(1 punto)** “Las dos primeras bolas son de colores distintos”.

Parte II

La resistencia a la rotura, de un tipo de hilos de pesca, es una variable aleatoria Normal, con media 4 kg y desviación típica 1.4 kg. Se toman muestras aleatorias de 25 hilos de este tipo y se obtiene la resistencia media a la rotura.

- a) **(0.75 puntos)** ¿Cómo se distribuye la resistencia media a la rotura?
- b) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia media a la rotura no pertenezca al intervalo de extremos 3.90 kg y 4.15 kg?

OPCION A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

- a) **(1 punto)** Calcule $(A - I_2) \cdot B$, siendo I_2 la matriz identidad de orden 2.
 b) **(1 punto)** Obtenga la matriz B' (matriz traspuesta de B) y calcule, si es posible, $B' \cdot A$.
 c) **(1 punto)** Calcule la matriz X que verifica $A \cdot X + B = C$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$.

- a) **(1 punto)** Analice su continuidad y su derivabilidad.
 b) **(1.5 puntos)** Estudie la monotonía, determine sus extremos y analice su curvatura.
 c) **(0.5 puntos)** Represente la gráfica de la función.

EJERCICIO 3Parte I

Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0.4$, $P(B^c) = 0.7$ y $P(A \cup B) = 0.6$, donde B^c es el suceso contrario de B .

- a) **(1 punto)** ¿Son independientes A y B ?
 b) **(1 punto)** Calcule $P(A/B^c)$.

Parte II

Una empresa de teléfonos móviles ha hecho un estudio sobre el tiempo que tardan sus baterías en descargarse, llegando a la conclusión de que dicha duración, en días, sigue una ley Normal de media 3.8 y desviación típica 1.

Se toma una muestra de 16 móviles de esta empresa. Halle la probabilidad de que:

- a) **(1 punto)** La duración media de las baterías de la muestra esté comprendida entre 4.1 y 4.3 días.
 b) **(1 punto)** La duración media de las baterías de la muestra sea inferior a 3.35 días.

OPCION B

EJERCICIO 1

(3 puntos) Calcule los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x, y) = 3x + 5y$, en el recinto del plano determinado por las inecuaciones:

$$x \geq 0, y \geq 0, 3x - 2y \geq 10, 2x + 3y \leq 24, x - 5y \geq -1.$$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

- a) **(1 punto)** Estudie la monotonía y calcule los extremos relativos de f .
 b) **(1 punto)** Estudie la curvatura y calcule el punto de inflexión de f .
 c) **(1 punto)** Represente gráficamente la función.

EJERCICIO 3Parte I

Se realiza una encuesta sobre las preferencias de vivir en la ciudad o en urbanizaciones cercanas. Del total de la población encuestada el 60% son mujeres, de las cuales prefieren vivir en la ciudad un 73%. Se sabe que la probabilidad de que una persona, sea hombre o mujer, desee vivir en la ciudad es 0.62.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que elegido un hombre al azar, prefiera vivir en la ciudad.
 b) **(1 punto)** Supuesto que una persona, elegida al azar, desee vivir en la ciudad, calcule la probabilidad de que sea mujer.

Parte II

Se sabe que la velocidad de los coches que circulan por una carretera es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 12 km/hora.

- a) **(1 punto)** Se toma una muestra aleatoria de 400 coches que da una velocidad media de 87 km/hora. Obtenga un intervalo con un 95% de confianza, para la velocidad media del total de coches que circulan por esa carretera.
 b) **(1 punto)** Calcule el mínimo tamaño de la muestra que se ha de tomar para estimar la velocidad media del total de coches que circulan por esa carretera, con un error inferior a 1 km/hora para un nivel de confianza del 99%.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Una pastelería elabora dos tipos de trufas, dulces y amargas. Cada trufa dulce lleva 20 g de cacao, 20 g de nata y 30 g de azúcar y se vende a 1 euro la unidad. Cada trufa amarga lleva 100 g de cacao, 20 g de nata y 15 g de azúcar y se vende a 1.3 euros la unidad.

En un día, la pastelería sólo dispone de 30 kg de cacao, 8 kg de nata y 10.5 kg de azúcar. Sabiendo que vende todo lo que elabora, calcule cuántas trufas de cada tipo deben elaborarse ese día, para maximizar los ingresos, y determine dichos ingresos.

EJERCICIO 2

Calcule las derivadas de las siguientes funciones (no es necesario simplificar el resultado) :

- a) **(0.75 puntos)** $f(x) = \frac{3x-1}{x} - (5x-x^2)^2$.
- b) **(0.75 puntos)** $g(x) = (x^2 - 1) \cdot L x$.
- c) **(0.75 puntos)** $h(x) = 2^{5x}$.
- d) **(0.75 puntos)** $i(x) = (x^3 - 6x) \cdot (x^2 + 1)^3$.

EJERCICIO 3Parte I

Consideramos el experimento aleatorio de lanzar dos dados distintos y anotar el producto de sus puntuaciones.

- a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que dicho producto sea igual a 6?
- b) **(1 punto)** Si sabemos que el producto ha sido 4, ¿cuál es la probabilidad de que hayan salido los dos dados con la misma puntuación?

Parte II

Dada la población de elementos $\{3, 4, 5, 8\}$, se pretende seleccionar una muestra de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio con reemplazamiento.

- a) **(0.5 puntos)** Escriba todas las muestras posibles.
- b) **(0.75 puntos)** Calcule la varianza de la población.
- c) **(0.75 puntos)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(3 puntos) De una matriz A se sabe que su segunda fila es $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$ y su segunda

columna es $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Halle los restantes elementos de A sabiendo que $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 2

De una función f se sabe que su función derivada es $f'(x) = 3x^2 - 9x + 6$.

- a) **(1.5 puntos)** Estudie la monotonía y la curvatura de f .
- b) **(1.5 puntos)** Sabiendo que la gráfica de f pasa por $(0, 1)$, calcule la ecuación de la recta tangente en dicho punto.

EJERCICIO 3Parte I

En una ciudad, el 40% de sus habitantes lee el diario A, el 25% lee el diario B y el 50% lee al menos uno de los dos diarios.

- a) **(0.5 puntos)** Los sucesos “leer el diario A” y “leer el diario B” ¿son independientes?
- b) **(0.5 puntos)** Entre los que leen el diario A, ¿qué porcentaje lee también el diario B?
- c) **(0.5 puntos)** Entre los que leen, al menos, un diario ¿qué porcentaje lee los dos?
- d) **(0.5 puntos)** Entre los que no leen el diario A, ¿qué porcentaje lee el diario B?

Parte II

El número de horas semanales que los estudiantes de Bachillerato de una ciudad dedican al deporte se distribuye según una ley Normal de media 8 y varianza 7.29.

- a) **(0.5 puntos)** Para muestras de tamaño 36, indique cuál es la distribución de las medias muestrales.
- b) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la media de una muestra de tamaño 36 esté comprendida entre 7.82 y 8.36 horas?

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(2 puntos)** Sabemos que el precio del kilo de tomates es la mitad que el del kilo de carne. Además, el precio del kilo de gambas es el doble que el de carne. Si pagamos 18 euros por 3 kilos de tomates, 1 kilo de carne y 250 gramos de gambas, ¿cuánto pagaríamos por 2 kilos de carne, 1 kilo de tomates y 500 gramos de gambas?

b) **(1 punto)** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, halle A^{2004} .

EJERCICIO 2

a) **(1.25 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a $y = \frac{1}{x-1}$ en el punto de abscisa $x = 2$.

b) **(1.25 puntos)** ¿En qué punto de la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$, la recta tangente es paralela a $y = 3x - 5$?

c) **(0.5 puntos)** Sea $g(x) = 2x^2 - 8x + a$. Halle a para que el valor mínimo de g sea 3.

EJERCICIO 3Parte I

Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por 2 bolas del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Calcule:

a) **(1 punto)** La probabilidad de que la segunda bola sea verde.

b) **(1 punto)** La probabilidad de que la primera haya sido roja, sabiendo que la segunda también ha sido roja.

Parte II

La superficie de las parcelas de una determinada provincia se distribuye según una ley Normal con media 2.9 Ha y desviación típica 0.6 Ha.

a) **(0.5 puntos)** Indique la distribución de las medias muestrales para muestras de tamaño 169.

b) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de tamaño 169 tenga una superficie media comprendida entre 2.8 y 3 Ha?

OPCION B

EJERCICIO 1

a) **(1 punto)** Los vértices de un polígono convexo son $(1, 1)$, $(3, 1/2)$, $(8/3, 5/2)$, $(7/3, 3)$ y $(0, 5/3)$. Calcule el máximo de la función objetivo $F(x, y) = 3x - 2y + 4$ en la región delimitada por dicho polígono.

b) **(2 puntos)** Dibuje el recinto del plano definido por las inecuaciones:
 $x + 2y \geq 6$; $x - y \leq 1$; $y \leq 5$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 y determine sus vértices.

EJERCICIO 2

a) **(2 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 7 & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{4}{x-2} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

b) **(1 punto)** Calcule la derivada de $g(x) = (x+1) \cdot e^{2x+1}$.

EJERCICIO 3Parte I

El despertador de un trabajador suena en el 80% de los casos. Si suena, la probabilidad de que llegue puntual al trabajo es 0.9; si no suena, llega tarde el 50% de las veces.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que llegue puntual?

b) **(1 punto)** Si llega tarde, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sonado el despertador?

Parte II

a) **(1 punto)** De una población Normal de media desconocida y desviación típica 6, se extrae la siguiente muestra

82, 78, 90, 89, 92, 85, 79, 63, 71.

Determine un intervalo de confianza, al 98%, para la media de la población.

b) **(1 punto)** Determine el tamaño que debe tener otra muestra de esta población para que un intervalo de confianza para la media, al 98%, tenga una amplitud igual a 4.66.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 13 \\ x + 3y \geq -3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

- a) **(2 puntos)** Dibuje el recinto cuyos puntos son las soluciones del sistema y obtenga sus vértices.
- b) **(1 punto)** Halle los puntos del recinto en los que la función $F(x, y) = x - 2y$ toma los valores máximo y mínimo, y determine éstos.

EJERCICIO 2

La temperatura T , en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo t , en horas, por la expresión:

$$T(t) = 40t - 10t^2 \quad \text{con } 0 \leq t \leq 4.$$

- a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la función T y determine la temperatura máxima que alcanza la pieza.
- b) **(1.5 puntos)** ¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurrida 1 hora? ¿Volverá a tener esa misma temperatura en algún otro instante?

EJERCICIO 3

Parte I

María y Laura idean el siguiente juego: cada una lanza un dado, si en los dos dados sale el mismo número, gana Laura; si la suma de ambos es 7, gana María; y en cualquier otro caso hay empate.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que gane Laura.
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que gane María.

Parte II

Un fabricante de pilas alcalinas sabe que el tiempo de duración, en horas, de las pilas que fabrica sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 3600. Con una muestra de su producción, elegida al azar, y un nivel de confianza del 95% ha obtenido para la media el intervalo de confianza (372.6, 392.2).

- a) **(1 punto)** Calcule el valor que obtuvo para la media de la muestra y el tamaño muestral utilizado.
- b) **(1 punto)** ¿Cuál sería el error de su estimación, si hubiese utilizado una muestra de tamaño 225 y un nivel de confianza del 86.9%?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) **(2 puntos)** Calcule la matriz P que verifica $B \cdot P - A = C^t$. (C^t , indica traspuesta de C)
- b) **(0.5 puntos)** Determine la dimensión de la matriz M para que pueda efectuarse el producto $A \cdot M \cdot C$.
- c) **(0.5 puntos)** Determine la dimensión de la matriz N para que $C^t \cdot N$ sea una matriz cuadrada.

EJERCICIO 2

- a) **(1.5 puntos)** Halle los valores de a y b para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ tenga un extremo relativo en el punto $(2, 3)$.
- b) **(1.5 puntos)** Halle la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3 - 4x + 2$ en su punto de inflexión.

EJERCICIO 3

Parte I

Dados dos sucesos aleatorios A y B , se sabe que:

$$P(B^c) = \frac{3}{4} \quad \text{y} \quad P(A) = P(A/B) = \frac{1}{3}$$

(B^c indica el complementario del suceso B).

- a) **(0.75 puntos)** Razone si los sucesos A y B son independientes.
- b) **(1.25 puntos)** Calcule $P(A \cup B)$.

Parte II

El peso de los paquetes enviados por una determinada empresa de transportes se distribuye según una ley Normal, con una desviación típica de 0.9 kg. En un estudio realizado con una muestra aleatoria de 9 paquetes, se obtuvieron los siguientes pesos en kilos:

$$9.5, 10, 8.5, 10.5, 12.5, 10.5, 12.5, 13, 12.$$

- a) **(1 punto)** Halle un intervalo de confianza, al 99%, para el peso medio de los paquetes enviados por esa empresa.
- b) **(1 punto)** Calcule el tamaño mínimo que debería tener una muestra, en el caso de admitir un error máximo de 0.3 kg, con un nivel de confianza del 90%.